

高等財務學書面報告

OPTIMAL CAPITAL STRUCTURE UNDER CORPORATE AND PERSONAL TAXATION

Harry DeANGELO

University of Washington

Ronald W. MASULIS

University of California

892607 沈晉立

892631 陳志展

892638 李志劭

前言：

在這篇論文中，我們要在當差別個人稅存在以及市場供給面的調整可由公司依 debt 和 equity 的相對價格來決定均成立的情形下塑造一個公司資本結構的決定模型。當 corporate tax shield substitutes for debt (如折舊，稅務減免，投資抵減(ps1)) 存在時，表示每一家公司均可找到唯一一個最佳的資本結構決策(無論要達到這個資本結構是否需要其他相關的成本)。這種最佳化資本結構決策模型在決定公司的資本結構時產生了一些有趣的預言。一些關於這些預言的現存證據被用來檢驗這些預言。

1. Introduction

在講到我們的決策模型前，必須要先討論到 Merton Miller 他對資本結構的探討。Merton Miller 他根據 1.邊際個人稅會對舉債造成不利(ps2) (邊際個人稅：個人所得的最後一塊錢所需繳交的稅率) 以及 2.公司供給面的調整 (Miller 假定公司舉債的價格不會被舉債的數量影響) 這兩點，認為公司舉債時所產生的利益會被以上兩點抵銷，使得公司的價值和公司舉債的程度會完全無關。以上是 Miller 的理論。

然而 Miller 的理論產生了一些有趣的問題，例如：當我們考慮了現實生活中真正的公司稅法或者考慮了破產成本(包括 1.清算或重組的法律成本及管理成本 2.企業經營能力的減損)，代理成本 (股東會因為有財務危機所以採取降低公司價值的策略) 和其他舉債相關成本時，公司的價值還會和公司的資本結構無關嗎？或者說這些情況表示說對每一家不同的公司都有一個唯一的最佳財務槓桿？

其實 Miller 的模型只是位於簡單的公司稅法下的一種極端模型。當加入了較嚴謹的公司稅法時，會發現存在著非舉債的稅盾 (諸如折舊，稅務減免，投資抵減)，推翻 Miller 的資本結構和公司價值不相關模型，使得公司在均衡市場下會有著唯一一個最佳化的資本結構 (因為假如只有舉債才能產生稅盾，則會讓人產生一種公司會舉債到 100% 的錯覺，然而因為有非舉債的稅盾存在，所以公司會依自己的稅和非舉債稅盾所能抵掉的稅來決定自己要舉多少債)。另外 Miller 的模型一忽略了另外一個重要的地方：那就是破產成本，代理成本的存在。當公司舉債越多，債權人會對公司的還債能力發生質疑，進而對公司舉的債要求較高報酬率，使得公司的債價值降低，影響到整個公司的價值。所以公司不可能無限制舉債，而是會對自己加以衡量，並舉適當的債，形成公司自己的最佳資本結構。

另外，這篇論文的模型亦產生了一些假設，在之後的章節會加以介紹。有趣的是，這個模型預言公司選擇的舉債程度會和可用的非舉債稅盾的程度成負相

關。在之橫的章節我們會提出一些存在的經驗證據來推論公司的財務槓桿是和公司價值相關的。

Ps1. 投資抵減 政府為了發展某些產業或鼓勵業者汰舊換新以提高產品的競爭力，而對於廠商購買新的機器設備或是建造新的廠房等投資，其所產生的營業收益可以在某一規定的時期內，享受免稅或減稅的優惠措施。

Ps2. 邊際個人稅會對舉債產生不利，因為舉債所得的利息會換成收入並加以課稅，又因為所得稅是採累進稅率，所以當所得越高則所需課的稅率亦越高，當債權人的債券利息比不上所需課的稅時，債權人便不會去購買這張債券。

2. Element of model

這裡是使用兩期的模型來描述公司的舉債決策跟個人所做的投資決策。當然，對於公司而言，利用各種可以造成公司稅務上減免的項目，來達到公司價值最大化的目的。而對於個別的投資者而言，當然是想要根據他們對於風險的偏好程度以及稅務上繳納的水準，讓他們的投資找到一個最適當的負債權益比例，以期能夠達到最大的效用。根據這些考量，來開始以下的討論：

2.1. Aggregate demand for debt and equity under differential personal taxation

t_{PD}^i 和 t_{PE}^i 代表著對於投資人 i 為負債上以及權益上的固定邊際個人稅率。我們假設 personal tax code 在負債所得所徵收的稅率大於權益所得所徵收的稅率： $t_{PD}^i > t_{PE}^i \geq 0$ ，因此對於投資者 i 在稅後所徵收到一單位的權益所得大於一單位的負債所得： $(1-t_{PE}^i) > (1-t_{PD}^i)$ 。

由於 $P_D(s)$ 和 $P_E(s)$ 分別代表著在稅前的負債所得以及權益所得在 $t=1$ 時的一塊錢在 $t=0$ 的市場的價格。因此， $(1-t_{PD}^i)/P_D(s)$ 和 $(1-t_{PE}^i)/P_E(s)$ 就是指對於投資者負債以及權益上的個人稅後殖利率。當然會面對到以下三種情形，而做出不同的決定：(i) $(1-t_{PD}^i)/P_D(s) > (1-t_{PE}^i)/P_E(s)$ ，這時投資者 i 就會偏向擁有負債超過權益部份。(ii) $(1-t_{PD}^i)/P_D(s) < (1-t_{PE}^i)/P_E(s)$ ，這時投資者 i 就會傾向擁有權益的部分大過於負債。(iii) $(1-t_{PD}^i)/P_D(s) = (1-t_{PE}^i)/P_E(s)$ ，這時對於投資者 i 而言選擇權益以及負債並沒有什麼差別，都能夠得到相同的結果。

那我們現在需考量在公司稅(t_c)下的情形，也是會產生三種互斥的情形，而對於每個投資者都一定會落在以下三個群組內的其中之一。

Bracket B.1：

$$(1-t_{PD}^i) > (1-t_{PE}^i)(1-t_c)$$

Bracket B.2：

$$(1-t_{PD}^i) = (1-t_{PE}^i)(1-t_c)$$

Bracket B.3 :

$$(1-t_{PD}^i) < (1-t_{PE}^i)(1-t_c)$$

為了能夠簡單地了解在權益所得以及負債所得徵收不同的稅率上，對於市場上負債總需求的影響。我們將用一個特殊的情況下來討論(i)所有的經濟個體都是風險中立者(ii)相信每一 state s 的發生機率為 $p(s)$ ，且訂定 $\overline{P_D}$ 和 $\overline{P_E}$ 為個人稅前負債以及權益期望現金流量目前的市場價值。因此，在個人稅前權益的期望殖利率為 $p(s)/\overline{P_E}(s) = 1/\overline{P_E}$ ；相同的道理，在個人稅前負債的期望殖利率為 $p(s)/\overline{P_D}(s) = 1/\overline{P_D}$ 。所以，我們可以藉由兩個市場來解釋 debt-equity demand

decision 還有 firm's debt-equity supply decision：一個是個人稅前的期望權益現金流量，一個是個人稅前的期望負債現金流量。

$\overline{P_D}$ 和 $\overline{P_E}$ 能夠為市場產生邊際投資者，且他們在負債所得以及權益所得的稅率分別為 t_{PD}^m 和 t_{PE}^m ，我們可以得到下面的式子：

$$\frac{(1-t_{PD}^m)p(s)}{\overline{P_D}(s)} = \frac{(1-t_{PD}^m)}{\overline{P_D}} = \frac{(1-t_{PE}^m)}{\overline{P_E}} = \frac{(1-t_{PE}^m)p(s)}{\overline{P_E}(s)}$$

根據定義，邊際投資者再選擇要投資權益或是負債部分是沒有差別的。有了上述的一些條件，我們可以開始探討需求線的形成。

當 $\overline{P_D} \geq \overline{P_E}$ ，對於所有的投資者而言，因為稅後權益的期望殖利率都超過稅後負債的期望殖利率，因此沒有任何的負債部分會被需求，也沒有任何的邊際投資者。當 $\overline{P_E} > \overline{P_D} > \overline{P_E}(1-t_c)$ ，則開始有一部分的負債會被市場上屬於 Bracket B.1 的投資者所需求，而此時的邊際稅率滿足 $(1-t_{PD}^m) > (1-t_{PE}^m)(1-t_c)$ 。隨著 $\overline{P_D}$ 的下降，屬於 Bracket B.2 和 Bracket B.3 的投資者陸續地對於負債部分產生需求，所以我們會發現需求線以負斜率的方式呈現。

2.2 Firm valuation under differential personal taxation

為了了解舉債如何影響的公司價值，首先我們必須將舉債對於個人稅前負債以及權益的現金流量的影響具體化。對於給定一家公司，定義下列的變數：

$X(s) \equiv$ state s 的息前稅前盈餘(EBIT)

$B \equiv$ 負債的面值，計算公司稅務上的費用時可以完全減免。

$\Delta \equiv$ 來自一些非現金流量所造成的稅務減免

$\Gamma \equiv$ tax credit 的現金價值

$t_c \equiv$ 法定的公司邊際稅率

$q \equiv$ tax shield 法規上在公司稅務費用所能覆蓋的最大程度

我們讓 $X(s)$ 在可能的 states $[0, \bar{s}]$ 逐漸遞增，所以 $0 \leq X(0) \leq X(\bar{s}) < \infty$ 。而

且我們將時間區隔成四個部分來討論： s^1 代表著公司的盈餘剛好可以償還負債所索取，因為在 $[0, s^1)$ 的區間中所有的盈餘都去償還給 debtholders，所以公司稅的費用也為 0。 s^2 代表著公司稅務的費用剛好為 0，在 $[s^1, s^2]$ 的區間內償還負債後所剩下的盈餘遠小於公司稅務上的一些折扣，因此也不會有公司稅務費用的產生。 s^3 代表著剛好所有的 deductions 和 tax credits 被完全利用，因此 $[s^2, s^3]$ 區間內的 deductions 被完全利用，而 tax credits 則是只有部分的使用而已。 $[s^3, \bar{s}]$ 區間內就連 tax credits 都在完全利用了。詳細的情下請參考下表：

$D(s)$	$E(s)$	State outcome
$X(s)$	0	for $s \in [0, s^1)$
B	$X(s) - B$	for $s \in [s^1, s^2]$
B	$X(s) - B - t_c (X(s) - \Delta - B) + qt_c (X(s) - \Delta - B)$	for $s \in [s^2, s^3]$
B	$X(s) - B - t_c (X(s) - \Delta - B) + \Gamma$	for $s \in [s^3, \bar{s}]$

公司的價值等於權益加上負債，因此利用 debt 跟 equity 的目前市場價格 $P_D(s)$ 跟 $P_E(s)$ 來計算公司目前的市場價值：

$$\begin{aligned}
 D &= \int_0^{\bar{s}} D(s) P_D(s) ds = \int_{s^1}^{\bar{s}} B P_D(s) ds + \int_0^{s^1} X(s) P_D(s) ds \\
 E &= \int E(s) P_E(s) ds = \int_{s^3}^{\bar{s}} \{X(s) - B - t_c (X(s) - \Delta - B) + \Gamma\} P_E(s) ds \\
 &\quad + \int_{s^2}^{s^3} \{X(s) - B - (1-q)t_c (X(s) - \Delta - B)\} P_E(s) ds \\
 &\quad + \int_{s^1}^{s^2} \{X(s) - B\} P_E(s) ds
 \end{aligned}$$

由於我們要找到最佳的舉債決策來使公司的價值最大化，我們要看看改變舉債的決策對於公司價值所造成的影響，因此我們要計算 debt financing 的邊際價值 $\partial V/\partial B$ ：

$$\begin{aligned}\partial V/\partial B = & \int_{s^3}^{\bar{s}} \{P_D(s) - P_E(s)(1-t_c)\} ds \\ & + \int_{s^2}^{s^3} \{P_D(s) - P_E(s)(1-t_c(1-q))\} ds \\ & + \int_{s^1}^{s^2} \{P_D(s) - P_E(s)\} ds\end{aligned}\quad (1)$$

從(1)我們可以發現只要有 corporate tax shield substitute for debt 的產生，就可得知舉債決策一定會對於公司的價值產生影響。因為舉債決策不影響公司價值的情況只發生在 $\partial V/\partial B=0$ 的情形下。由於 $\Delta > 0$ 或（跟） $\Gamma > 0$ ， $\partial V/\partial B$ 不可能對於所有的 B 都會為 0 可知至少會有某些舉債決策比其他的好。

為了能夠更了解(1)中 $\partial V/\partial B$ 所表達的意義，我們再次考慮所有投資者為風險中立以及對於這個 state 有相同的期望的情況下做討論。由風險中立的概念我們可以得知， $P_D(s) = \overline{P_D} p(s)$ 跟 $P_E(s) = \overline{P_E} p(s)$ ，因此我們可以將(1)轉換成：

$$\begin{aligned}\partial V/\partial B = & \left\{ \overline{P_D} - \overline{P_E}(1-t_c) \right\} \int_{s^3}^{\bar{s}} p(s) ds \\ & + \left\{ \overline{P_D} - \overline{P_E}(1-t_c(1-q)) \right\} \int_{s^2}^{s^3} p(s) ds \\ & + \left\{ \overline{P_D} - \overline{P_E} \right\} \int_{s^1}^{s^2} p(s) ds\end{aligned}\quad (2)$$

在(2)中， $\partial V/\partial B$ 代表著一元的資產轉換成負債所產生的期望邊際稅後現金流量的現值。因此 $\left\{ \overline{P_D} - \overline{P_E}(1-t_c) \right\}$ 為公司的 deductions 和 tax credits 完全力用下

增加一單位負債的邊際轉換現值，而 $\int_{s^3}^{\bar{s}} p(s) ds$ 代表著這種情形下發生的機率。以

此類推，則 $\left\{ \overline{P_D} - \overline{P_E}(1-t_c(1-q)) \right\}$ 為 corporate tax deduction 有部分損失下的邊際轉

換現值，而 $\int_{s^2}^{s^3} p(s)ds$ 為這種情形下發生的機率。 $\{\overline{P_D} - \overline{P_E}\}$ 就是在 corporate tax

deduction 完全損失的情形下的邊際轉換現值，而 $\int_{s^1}^{s^2} p(s)ds$ 為這種情形下發生的機率。

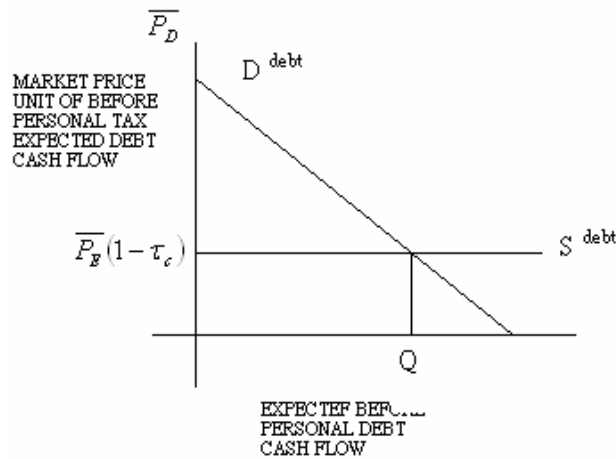
3. Miller's leverage irrelevancy theorem

為了使得 Miller's model 跟我們的模型有更顯著的差距，我們然後取得舉債不會影響公司價值的結果。給定沒有 corporate tax substitutes for debt，所以就沒有任何在 marginal corporate tax shield benefits 的損失。因此，可知 $\Delta = \Gamma = 0$ 、 $s^1 = s^2 = s^3$ ，於是我們可將(2)轉換成：

$$\partial V / \partial B = \{\overline{P_D} - \overline{P_E}(1 - t_c)\} \int_{s^1}^{\bar{s}} p(s)ds$$

(3)

從(3)我們可以發現當相對價格滿足 $\overline{P_D} < \overline{P_E}(1 - t_c)$ ，則對於所有可行的舉債決策 $\partial V / \partial B < 0$ ，所以說公司會選擇完全權益的資本結構。當相對價格滿足 $\overline{P_D} < \overline{P_E}(1 - t_c)$ ，則對於所有可行的舉債決策 $\partial V / \partial B > 0$ ，所以公司會選擇完全負債最為他們的最適資本結構。當相對價格為 $\overline{P_D} = \overline{P_E}(1 - t_c)$ 時，則 $\partial V / \partial B = 0$ ，對於公司而言不論選擇哪種權益跟負債的比例沒有差別，對於整個可用的舉債範圍供給曲線為完全彈性。由於需求曲線為一負斜率的直線，所以會跟供給曲線相交於相對價格 $\overline{P_D} = \overline{P_E}(1 - t_c)$ 。因此，個別公司在面對市場均衡價格的情形下舉債的決策並沒有任何影響。



就需求面而言，根據之前的敘述我可以知道邊際的投資者是屬於 Bracket B.2，且邊際投資者負債以及權益的稅後期望殖利率會相等：

$(1-t_{PD}^m)/\bar{P}_D = (1-t_{PE}^m)/\bar{P}_E$ 。因此在市場的價格 $\bar{P}_D = \bar{P}_E(1-t_c)$ 下，屬於 Bracket B.2 的邊際投資者的稅率滿足 $(1-t_{PD}^m) = (1-t_{PE}^m)(1-t_c)$ 。

剛剛我們利用均衡下相對市場價格以及均衡下相對邊際個人稅率的殖利率對於市場的均衡做了直觀的解釋。利用公式的轉換，令 $\bar{P}_E = \bar{P}_D(1-t_{PE}^m)/(1-t_{PD}^m)$ 代入(3)得到

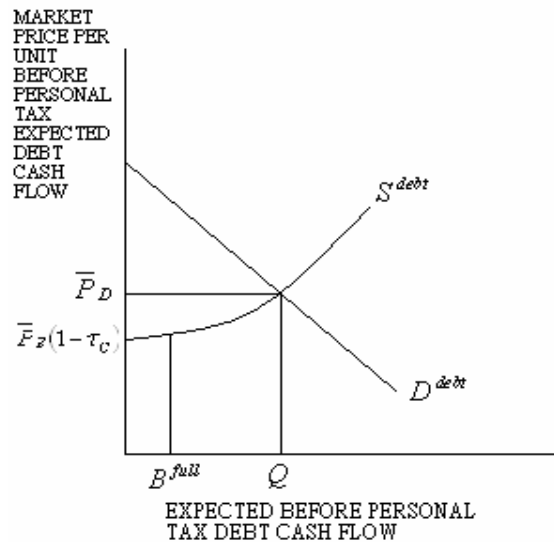
$$\partial V / \partial B = \frac{\bar{P}_D}{1-t_{PD}^m} \left[\left\{ (1-t_{PD}^m) - (1-t_{PE}^m)(1-t_c) \right\} \int_{s^1}^{\bar{s}} p(s) ds \right]$$

在均衡下，就像之前所說的，大括號裡面的項目等於零。由於在負債跟權益上的邊際個人稅率會在市場內部運算，以致於在所有可利用的舉債範圍個人在權益上所得稅率的好處剛好跟公司稅在負債上的好處抵銷。

4. Tax shield substitutes for debt and interior optimum leverage

當我們把 corporate tax shield substitutes for debt 列入討論之後 ($\Delta, \Gamma > 0$)，Miller 對公司價值的 leverage irrelevancy 結論就不成立了。相反的，debt 和 equity 的相對價格會自動調整至一個平衡點，使得每家公司都能找到一個最適合該公司的 internal leverage decision，由於固定的 expected personal marginal tax disadvantage of debt 以及當額外的 debt 加入資本結構當中逐漸減少的 marginal corporate tax benefit，使得此平衡點也是唯一的 internal optimum。在平衡點，expected marginal corporate tax benefit 等於 expected marginal personal tax disadvantage of debt。

我們使用和建構 Miller's irrelevancy theorem 一樣的方法，從建構出這個 model 的 supply curve 來架構這個模型。由於 corporate tax shield substitute for debt，在 $\bar{P}_D = \bar{P}_E(1-t_C)$ 的相對價格及能使得所有的 corporate tax shield (Δ, Γ , and B) 被完全實現的 low leverage level，此時 supply curve 會有是完全彈性，當 leverage 超過這個 full utilization level 之後，由於增加 debt 同時增加了 tax shield 部分或完全損失的可能性，公司只有在 $\bar{P}_D > \bar{P}_E(1-t_C)$ 才願意發行額外的 debt，此時的 supply curve 是正斜率的。在我們對 personal tax code 的假設之下 supply curve 會在正斜率的部分，即 $\bar{P}_E > \bar{P}_D > \bar{P}_E(1-t_C)$ ，和 demand curve 交會，此時便是公司的 interior optimum。



在我們找出 supply curve 的時候，由於 $\Delta, \Gamma > 0$ ，我們可以知道 $s^3 > s^2 > s^1 \geq 0$ ，因此我們可以從(2)式得到 marginal value of debt。當 $P_D < P_E(1-t_C)$ 會使得 $\partial V / \partial B < 0$ ，在這樣的價格之下公司不會想提供任何 debt。如上一段所提的，在相對價格 $P_D = P_E(1-t_C)$ 時，supply curve 會有一小段是完全彈性的，而 full utilization level 必須能使負債 B 小到能使最後的負債乘上 q 不會小於 Γ ，也就是能把所有的 tax shield 利用完畢。寫成式子就是：

$$qt_C(X(s) - \Delta - B) \geq qt_C(X(0) - \Delta - B) \geq \Gamma \quad \text{for all } s$$

在之前有提到 $X(s)$ 是遞增函數，所以 $X(0)$ 是最低的 possible earnings，把上式的後半部移項之後，我們得到的 debt level B 便是能將 tax shield 完全利用完畢的最大 leverage level B^{full}

$$B^{full} \equiv X(0) - \Delta - \Gamma / qt_C < X(0)$$

在 debt level 小於 B^{full} 的範圍中 $0 \leq B \leq B^{full}$ ，由於破產成本是 0 而且所有的 tax shield (Δ, Γ, B) 都已被完全利用，因此 $s^1 = s^2 = s^3 = 0$ ，使得(2)式可以簡化成

$$\partial V / \partial B = \bar{P}_D - \bar{P}_E (1 - t_C) \quad \text{for} \quad 0 \leq B \leq B^{full} < X(0)$$

因此當相對價格是 $\bar{P}_D = \bar{P}_E (1 - t_C)$ 時， $\partial V / \partial B = 0$ ，在完全利用 tax shield 的情形下，舉債的多寡對於公司的價值並不會有影響，所以在 $0 \leq B \leq B^{full}$ 的範圍內公司的 supply curve 是完全彈性，直到完全利用 tax shield 的最大 debt level B^{full} 。

在較高的 debt level $B^{full} < B \leq X(0)$ ，雖然有足夠的 tax shield，但是因為 earnings 不夠多使得必須繳的稅反而少於 tax shield，有些 tax shield 便沒有被利用到。在這個範圍， $s^1 = 0$ 而且 $s^3 > s^2 \geq 0$ ，當 $\bar{P}_D = \bar{P}_E (1 - t_C)$ 時，(2)式中的第

一項 $\left\{ \bar{P}_D - \bar{P}_E (1 - t_C) \right\} \int_{s^2}^{\bar{s}} p(s) ds$ 等於 0，(2)式的值(第二項和第三項的和)小於 0，也

就是 $\partial V / \partial B < 0$ ，所以在 $\bar{P}_D = \bar{P}_E (1 - t_C)$ 公司不會提供超過 B^{full} 的 debt。在

$[s^1, s^3]$ 若想使公司提供比 B^{full} 更多的 debt，必須要以更高的單位價格

$\bar{P}_D > \bar{P}_E (1 - t_C)$ 售出，來彌補公司因發行更多的 debt 在 marginal 損失的 corporate

tax shield。所以在超過 B^{full} 的範圍， $\bar{P}_D$ 會隨著 debt 的增加而增加，supply curve

會成正斜率。由於每家公司的 supply curve 斜率雖然都為正，但形狀都不相同在

$\bar{P}_E > \bar{P}_D > \bar{P}_E (1 - t_C)$ 的範圍中，每家公司都會有一個獨立的解，使得 $\partial V / \partial B = 0$ 。

Supply curve 之所以會是正斜率也可以用另一個角度來解釋：在 2.1 中我們曾經討論過在 bracket 1 的投資者，在相對價格是 $\bar{P}_D = \bar{P}_E (1 - t_C)$ 的時候對 debt 的需求會大於 0，這是因為在 bracket 1 的投資者對於投資每投資一塊錢在 debt 的收益大於投資在 equity，用式子表達就是 $(1 - t_{PD}^i) > (1 - t_{PE}^i)(1 - t_C)$ 。當購買 debt 和 equity 的價格相等的时候，投資者必然會購買收益較高的 debt。在此例中我們

假設在 bracket 1 的投資者在市場上佔有相當的比例，因此在相對價格

$\bar{P}_D = \bar{P}_E(1-t_C)$ 的時候，市場對 debt 的需求會遠超過廠商願意提供的數量 B^{full} ，

在這個時候市場中的 debt 供不應求，所以相對價格會上升， $\bar{P}_D > \bar{P}_E(1-t_C)$ ，

直到達到均衡為止，而此時的市場均衡就是每家廠商的 interior optimum leverage decision，而此時的 marginal investor 是落在 bracket 1。

到現在為止，我們所討論的都是時間只有一期的模型，因此我們也排除了在多期的模型中會出現的 tax loss carrybacks and carryforwards (CB-CF)，在討論加入這項因素對這個一期模型的影響之前，我們要先瞭解這個特殊的稅制，CB 是指將今年沒有利用完的 tax shield 挪到過去的年度抵銷稅額，政府會將抵銷的稅額退還給公司，而 CF 則是把多餘的 tax shield 保留至未來的數年抵銷要繳的稅。總而言之，CB-CF 制度會降低公司提供 debt 的成本，而不是抵銷所有的稅。

加入 CB-CF 稅制之後，會使得公司提供額外的 debt 的成本減低，因為可以將過去尚未利用到或是將來可能多出來的 tax shield 在今年利用，當增加負債時所損失的 corporate tax shield 會比原來的少，所以公司必須增加來補償這些損失的價格也較低，因此公司對於 debt 的 supply curve 會變得比較平滑，但是仍然是正斜率的，而公司同樣的也會有唯一的 interior optimum leverage decision。

5. Bankruptcy costs and horse-and-rabbit stew

在第 4 節裡，公司的 interior optimum 是由 corporate tax 及 personal tax 互相影響產生的，而破產成本並沒有被考慮進去。事實上，若是將破產成本列入討論的話，不論有沒有將 tax shield substitutes for debt 列入，公司仍然會擁有唯一的 interior optimum。在這篇 paper 的模型當中，無論破產成本的大小如何，debt 和 equity 的相對價格會調整至使 net tax advantage of debt 和預期的邊際破產成本相等，而公司會依據這個價格決定提供適當數量的 debt 給投資者。

具體的說，在假設 tax shield substitutes 不存在的情況下，即 $(\Delta = \Gamma = 0)$ ，而且用 $C[B, X(s)]$ 代表在每一個 state 各自的破產成本，由於在 $s \in [s^1, \bar{s}]$ 沒有破產的風險，所以 $C[B, X(s)] \equiv 0$ ，而在 $s \in [0, s^1)$ 的時候 $C[B, X(s)]$ 和 $\partial C / \partial B$ 都大於 0，因此 debt 的邊際價值可以寫成：

$$\begin{aligned}
\partial V / \partial B &= \left\{ \bar{P}_D - \bar{P}_E (1 - t_C) \right\} \int_{S^1}^{\bar{S}} p(s) ds - \bar{P}_D \int_0^{S^1} \frac{\partial C}{\partial B} p(s) ds \\
&= \frac{\bar{P}_D}{(1 - t_{PD}^m)} \left\{ (1 - t_{PD}^m) - (1 - t_{PE}^m)(1 - t_C) \right\} \int_{S^1}^{\bar{S}} p(s) ds \\
&\quad - \bar{P}_D \int_0^{S^1} \frac{\partial C}{\partial B} p(s) ds
\end{aligned}$$

在市場平衡的時候，相對價格仍然會滿足 $\bar{P}_E > \bar{P}_D > \bar{P}_E(1 - t_C)$ ，在這個情況之下，較高的價格 $\bar{P}_D > \bar{P}_E(1 - t_C)$ 不是用來補償廠商因為發行額外的 debt 損失的 tax shield，而是彌補增加 debt 所增加的破產成本，也就是說公司稅和邊際個人稅的 net tax advantage $\{(1 - t_{PD}^m) > (1 - t_{PE}^m)(1 - t_C)\}$ 剛好和預期的邊際破產成本相等彌補了公司。在市場平衡的時候，每家公司會有唯一的 interior optimum 使得 net tax advantage 等於預期的邊際破產成本。而且無論破產成本的比例大小為何，在此模型中會藉由供給和需求的自動調整使得 net tax advantage 仍然等於預期的邊際破產成本。

6. Testable hypotheses

由之前所建立的模型，其中包含了 equity-biased 的個人稅制及 corporate tax shield substitutes for debt 和破產成本，可以得到一些 cross-sectional 和 time-series 的預測：

H.1：對公司而言，由於增加或減少舉債造成的資本結構的改變會影響公司的價值，這點和 Miller 的理論有所不同。

H.2：在市場平衡時可以從相對價格發現 net tax advantage to corporate debt financing，邊際的個人稅率會滿足 $(1 - t_{PD}^m) > (1 - t_{PE}^m)(1 - t_C)$ ，也就是

$$t_{PD}^m < t_C + t_{PE}^m(1 - t_C)。$$

H.3：在其他的情形均相同時，當因為折舊或是投資所能利用的 investment related tax shield 因為稅制的改變而減少，或是由於通貨膨脹降低了 tax shield 的時值價值的時候，公司會增加 debt 的比例。在 cross-sectional 的分析上，具有較低的 investment related corporate tax shield 的公司往往會舉較多的債。

H.4：在其他的情形均相同時，當公司的邊際破產成本降低的時候，公司會

增加 debt 來融資。在 cross-sectional 的分析上，具有較高的破產成本的公司會舉較少的債。

H.5：在其他的情形均相同時，當公司稅率上升的時候，公司會用 debt financing。在 cross-sectional 的分析上，面對較低公司稅率的公司會減少 debt 在資本結構當中的比例。

H.1 和 H.2 很明顯的和 Miller 的結論互相矛盾。H.1 的結論是舉債的多少對公司的價值有影響，而 Miller 認為對公司的價值不會有任何的影響。H.2 指出在市場平衡的相對價格代表了 net (corporate and personal) tax advantage to debt 也就是每多投資一塊的 debt 所帶來的現金流量 $(1 - t_{PD}^m)$ 會超過 marginal equity holder 所犧牲的課徵個人稅後現金流量 $(1 - t_{PE}^m)(1 - t_C)$ ，相反的，在 Miller 的模型中兩者相等的 $(1 - t_{PD}^m) = (1 - t_{PE}^m)(1 - t_C)$ 。

H.3 的結論是相當直覺的，公司喜歡舉債是因為 debt 可以提供 tax shield 可以減少公司的支出，而折舊、投資以及其他稅制也可以產生作用相等的 tax shield。因此 H.3 對於公司舉債的程度和因為折舊、投資所能利用的 tax shield 會呈負相關的預測是相當合理的。而 H.4 及 H.5 在 1976 年時便由 Scott 在他的 corporate tax-bankruptcy cost model 中提出過了。

7. Empirical evidence

對於這篇 paper 的結論 H.1-H.5，有很多例子可以提供驗證，而這一節便一一的檢驗之前所得的結論。在檢驗之前，首先要注意的是在這篇 paper 中假設 invest-related tax shields 和 debt tax shields 是 economically significant，而正好有兩個例子可以支持這個假設：首先根據美國政府的資料，這兩種 tax shield 的金額大小是差不多的 (debt 為 \$64.3 billion 而 invest 為 \$49.5 billion)。第二是在 1964-1973 年當中有 27% 的美國公司曾經在一年當中沒有任何稅賦支出，由於在這段期間公司的破產率相當低，因此並非所有公司的低稅賦都是因為財務危機，而這也證明了 invest-related tax shields 對於減少公司的稅賦有相當大的幫助。

H.1 指出公司的價值是公司資本結構的函數，在 1966 Miller Modigliani 對 63 家電子設備公司的研究當中，發現了公司的價值和他們的 tax shields 有相當顯著的正相關，這個研究雖然支持 H.1 結論但也由於研究對象以及統計方法的偏差而受到相當多的批評。

Masulis 在 1980 年的研究當中，他避免了之前可能造成誤差的因素，得到了相同的結論，當公司的 debt tax shields 改變的時候公司的價值也會隨著做同方

向改變，而且平均而言公司價值改變的程度在 debt 的市場價格的 10%~20% 之間。這兩個研究對於資本結構對公司價值的影響提供了直接的證據。

H.3 和 H.4 認為不同的 investment tax shields 和 marginal leverage costs 會影響公司的 optimum leverage ratio，事實上也有證據顯示不同的產業會有不同的 leverage ratio，這篇 paper 的模型認為 (1) 在不同產業的公司因為和 EBIT 相關的 tax shields 不同，他們的舉債程度會有相當顯著的差別。相反的，在同產業中的公司會有類似的 leverage decision。 (2) 若是和 EBIT 的 tax shield ratio 增加的話，公司會減少 leverage。

8. Summary

在這篇論文中，我們將 Miller 的個人差別稅模型多增加了一個常被忽略但非常重要的美國稅法：非舉債稅盾的存在。就因為有這種非舉債稅盾的存在使得市場會趨向一種平衡，在這種平衡裡，每家公司都有它們自己唯一的最佳化資本結構。除此之外，我們的模型也討論到了另外一個 Miller 忽略掉的地方：破產成本。破產成本的存在亦表是每家公司均有唯一最佳化的資本結構。也就是說，只要存在無論是破產成本或非舉債稅盾都會讓每家公司擁有自己唯一的最佳化資本結構。在我們的模型中，產生了一些可驗證的假設，探討出各種不一樣的公司該如何找出自己的最佳化資本結構。雖然我們在爭論一些證據的存在是否能支持這些假設，不過我們相信會有完善的經驗分析來證明我們的模型。

詢問組的問題：

1. 何謂邊際個人稅：所謂邊際個人稅是因為國內採累進稅率，所以所得所需付的稅會越高，而你所賺到的最後一毛錢所需付的稅就是邊際個人稅
2. 何謂投資抵減：政府為了發展某些產業或鼓勵業者汰舊換新以提高產品的競爭力，而對於廠商購買新的機器設備或是建造新的廠房等投資，其所產生的營業收益可以在某一規定的時期內，享受免稅或減稅的優惠措施。
3. 何謂破產成本：當公司的舉債達到一定程度時，所會產生的成本。包括破產後所需支付的律師費，清算費.....等直接的破產成本外，亦包括因顧客會害怕公司破產會對顧客產生不利的情形，以致公司營業額下降或債權人會要求較高的報酬率的此種間接破產成本。
4. 何謂 tax shield substitute for debt：舉債可產生稅盾，但除了舉債外還有一些東西可產生稅盾（如折舊，稅務減免，投資抵減）。故這種 tax shield substitute for

debt 我將它翻譯成非舉債稅盾。

5. 當考慮到物價上漲時，則公司應多舉債或少舉債：首先應先定義所謂物價上漲的意思為何？在此篇論文中，所謂物價上漲表示公司的實質所得不變，但名目所得增加，則如此一來會使得所需課的稅增加，因此公司應該多舉債來抵銷這些多出來的稅。