

量測系統實驗

蓋格—米勒(GM)計數器與計數統計

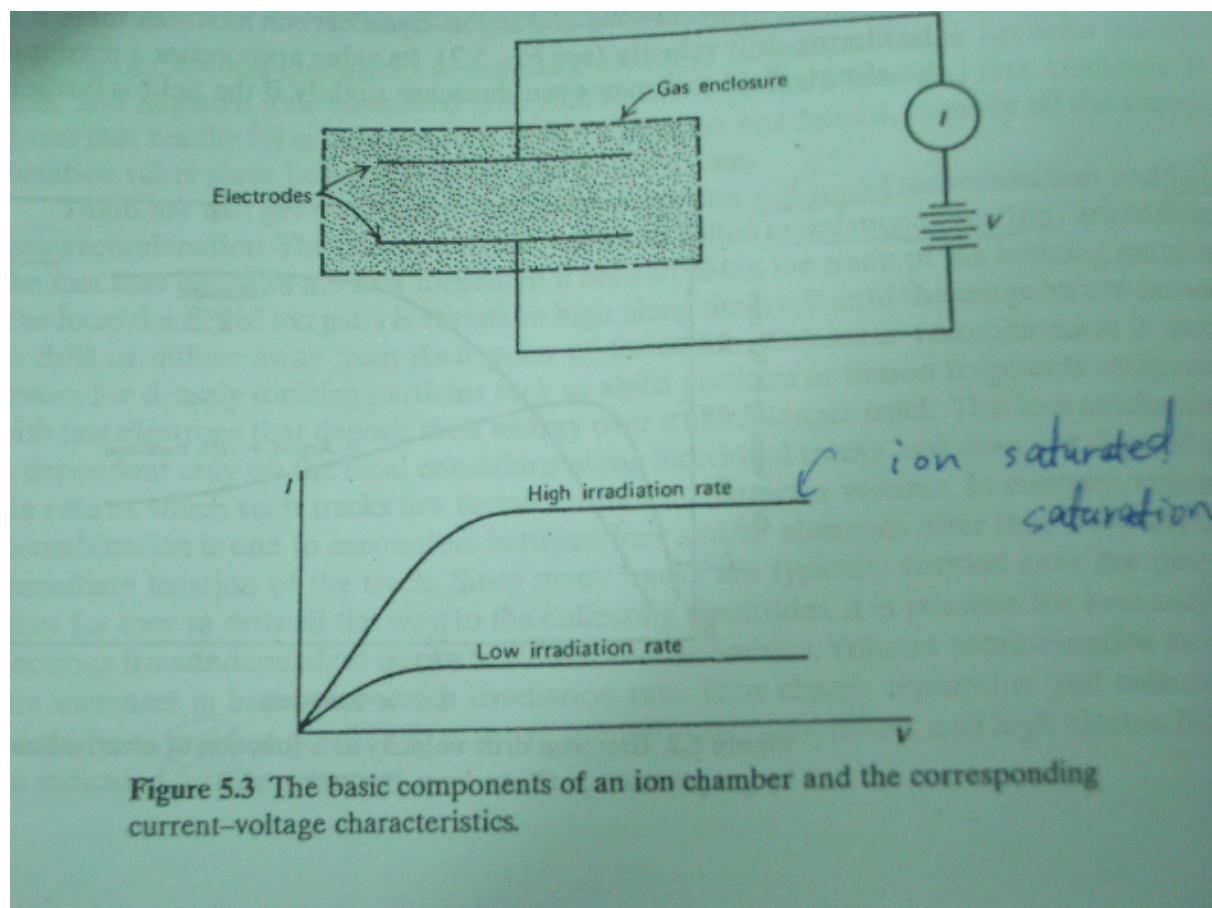
一、目的

本實驗有雙重目的。第一重目的是示範GM計數器的設立、使用、及特性。第二重目的則是用來示範核輻射度量所牽涉的統計現象。為了能有意義的解釋測量數據，我們必須了解這些統計效應。

二、說明

I · GM計數器

游離腔、比例計數器、和GM計數器為三種基本的充氣式偵檢器。充氣式偵檢器有兩個電極，由金屬圓筒和沿圓筒軸線安裝的細金屬線所組成。對應於外圓筒，軸心金屬線維持在一個正的高壓電位，如圖5.1所示。



The time required for an avalanche to begin is the time taken for the free electron to drift to within a few mean free paths of the anode. The avalanche begins only when the free electron has drifted to within a few mean free paths of the anode.

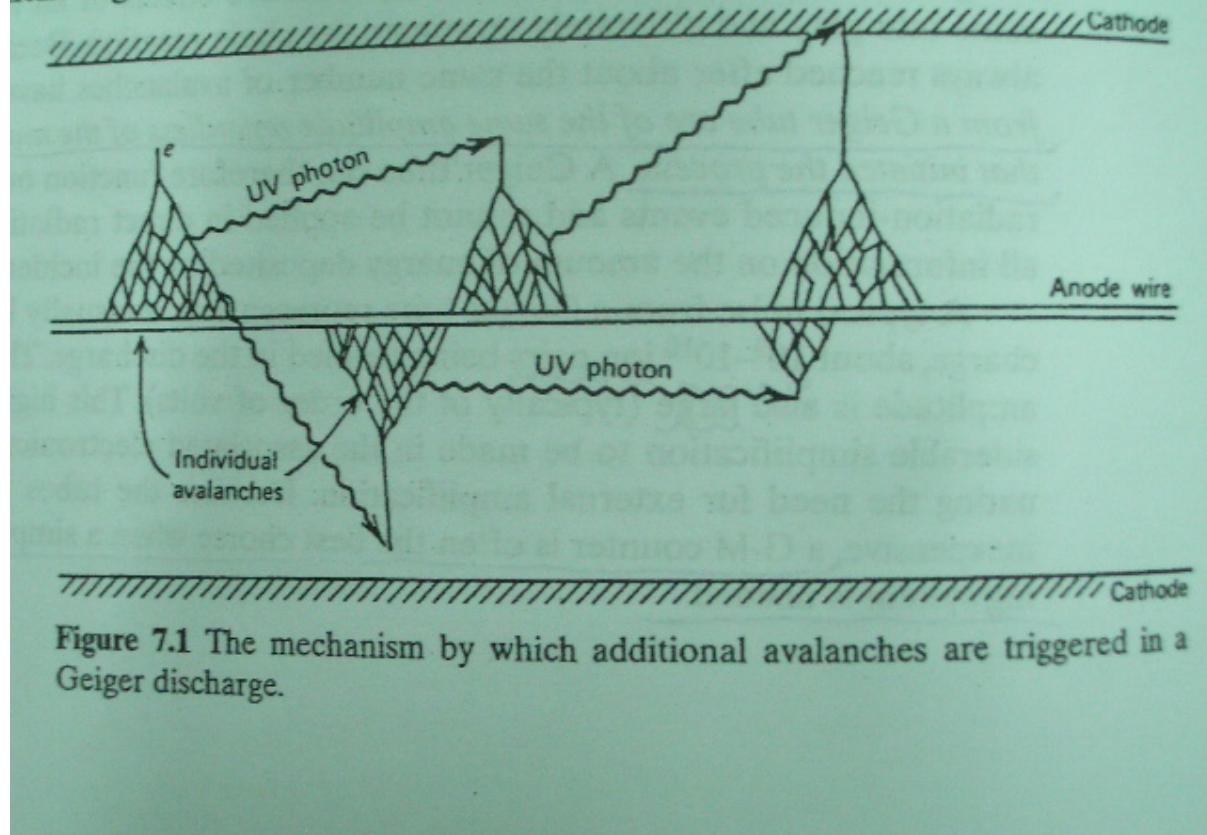


Figure 7.1 The mechanism by which additional avalanches are triggered in a Geiger discharge.

圖5.1 充氣式偵檢器結構

圓筒腔內可以使用各種不同充氣，最常用的氣體為惰性氣體，尤其是氬氣。充氣壓力範圍很廣，通常由7至20 cm Hg。兩極間之電場強度非常不均勻，越靠近中央金屬線電場強度越大。充氣式偵檢器的操作原理大致可以描述如下：(a)直接入射或與管壁作用間接產生的帶電粒子造成偵檢腔內部份氣體分子游離；(b)電場將電子和離子拉往相對應的電極而在外接線路上產生電流；(c)利用電流式或脈波式操作測量或計數電流脈波。

有關各種不同型式充氣式偵檢器之區別，我們可如圖5.2所示的操作區域畫分來加以說明。在區域A，由於電場強度小，電荷收集困難，因此偵檢器無法有效操作。在區域B，所有輻射(直接、間接)產生的游離對在再結合發生前幾乎都被收集到。在此區域操作的偵檢器稱為游離腔。游離腔產生的電流即可直接測量輻射傳輸給偵檢器的能量。

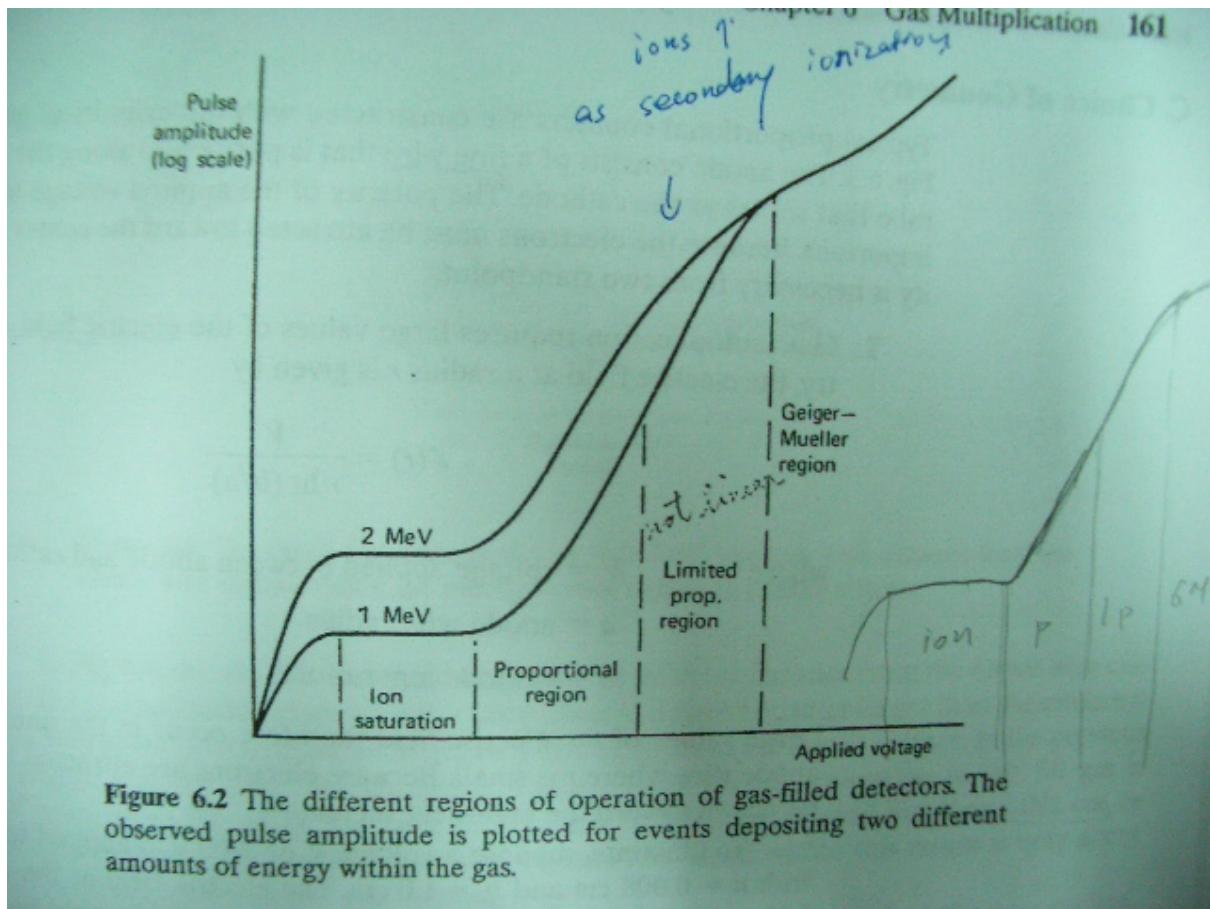


Figure 6.2 The different regions of operation of gas-filled detectors. The observed pulse amplitude is plotted for events depositing two different amounts of energy within the gas.

圖5.2 充氣式偵檢器各種不同操作區域

在區域C，當游離對形成時，電子在被加速往中央金屬線漂移過程會獲得足夠動能，與氣體分子碰撞繼續產生游離對。這種過程稱為氣體放大作用，因為來自原生(primary)游離對之電子能夠產生更多的游離，因此使電極收集到的電荷增加。在此區域，電極收集到的總電荷與輻射釋放在偵檢器內的能量成比例，因此稱為比例區，在此區域操作的偵檢器就叫做比例計數器。

在區域D，外加電壓亦即偵檢器內電場是如此的高，以致任何輻射只要在偵檢器內產生一個游離對便能觸發一連串的湯生雪崩(Townsend avalanche)氣體放大作用。連串雪崩沿著中央金屬線一直繼續，直到中央金屬線周圍離子密度(空間電荷)，亦即續生(secondary)游離對數目大到使中央金屬線周圍電場受干擾降至無法產生氣體放大作用。由觸發至連串雪崩停止之過程稱為蓋格放電。由於停止氣體放大作用所需離子密度只與電極結構與外加電壓有關，因此GM計數器的輸出脈波與輻射釋放在偵檢器的能量大小無關。

GM計數器必須要有一些淬熄放電的方法，如果不使用淬熄技術，則當中央金屬線周圍之正離子漂移至打到外圍筒壁負極時會有電子釋出，這些電子漂移至中央金屬線周圍，會再觸發蓋格放電，因而產生連續不斷的多重脈波。一般GM管常使用少量的鹵素氣體來淬熄放電而防止多重脈波的發生。

將GM管的計數率對外加高壓作圖，可得類似圖5.3之曲線。一般說來，計數率由 V_1 慢慢開始，然後當外加電壓增加時會很快上升。經過一個所謂的門檻(threshold)電壓 V_2 後，計數率上

升緩慢，進入一個可能延伸數百伏的高原區(plateau)。計數率曲線V₂至V₃間之高原區稱為GM高原。一根好的GM管其高原斜率一般不會超過每百伏2至3%。當高壓超過V₃後，由於連續電開始發生，計數率又開始陡峭地上升。每當一個偵測系統打關時，不論是第一次或是接續的操作，高壓都應該由零伏開始漸漸增加至計數率開始。

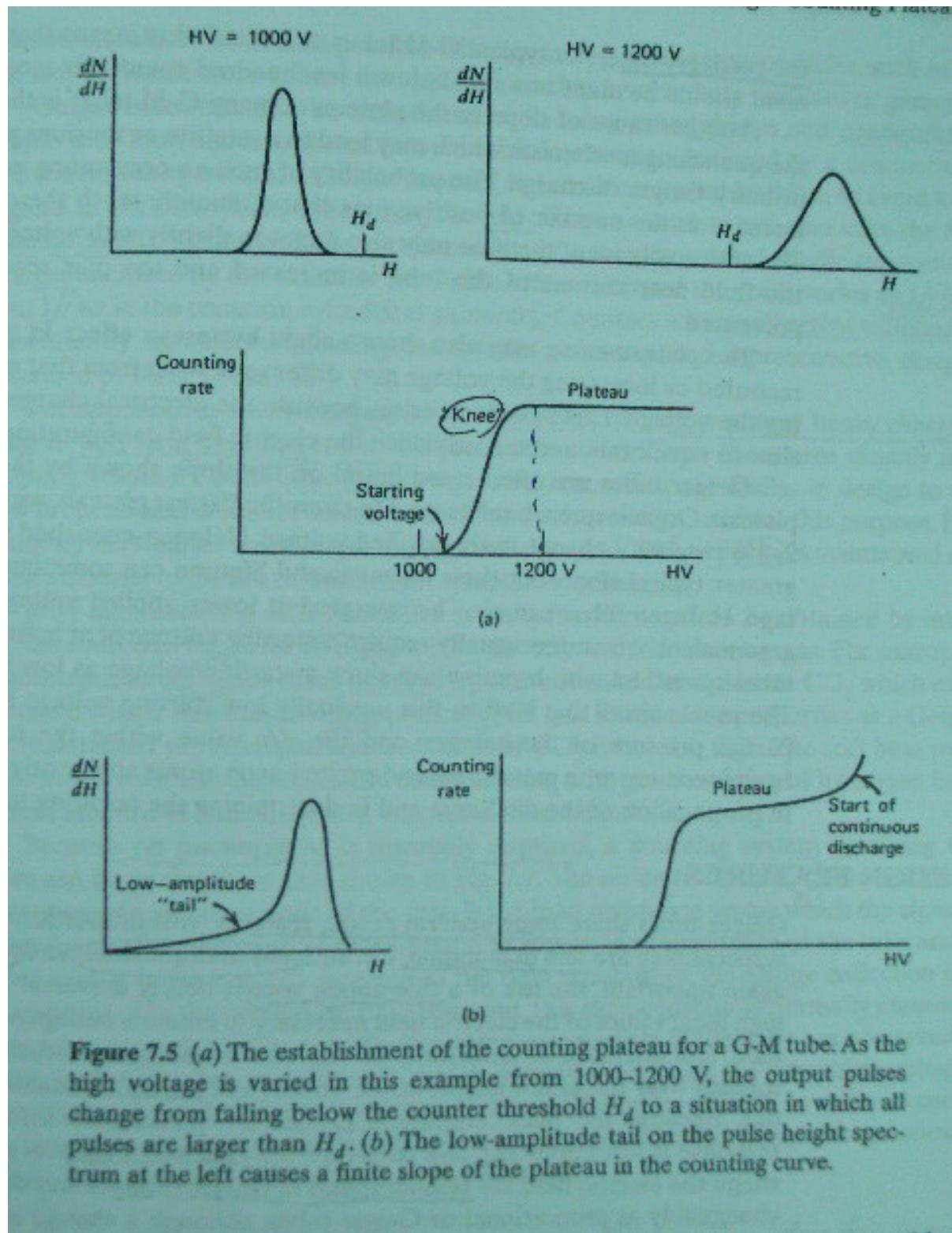


Figure 7.5 (a) The establishment of the counting plateau for a G-M tube. As the high voltage is varied in this example from 1000–1200 V, the output pulses change from falling below the counter threshold H_d to a situation in which all pulses are larger than H_d . (b) The low-amplitude tail on the pulse height spectrum at the left causes a finite slope of the plateau in the counting curve.

圖5.3 計數曲線

II 、計數統計

核輻射度量的結果是一種統計的性質。對於有限次數的測量我們實際上無法測定(determine)其真平均(true mean)，寧可說我們只能估算(estimate)。對於二項式(binomial)、波松(Poisson)、及正規或高斯(normal or Gaussian)分佈，我們可以證明對於真平均最佳的估算很簡單地是算術平均 \bar{a} ：

$$\bar{a} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (5.1)$$

當測量數目 N 趨近無窮大時， \bar{a} 趨近於真平均 μ 。

對於一個由 N 次觀測所描述的分佈，其標準離差(standard deviation) σ 最佳的估算則為

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{a})^2} \quad (5.2)$$

上式分母中的 $N-1$ 與自由度(degrees of freedom)數目有關。對於 N 次獨立測量，我們原有 N 個獨立數據。但因(5.2)式中 \bar{a} ，我們用(5.1)式計算，使計算(5.2)式之自由度數目減少一個，因此(5.2)式中分母須變成 $N-1$ 。 σ^2 則稱為樣本變量(sample variance)。標準離差之物理意義是用來標示一組數據的發散程度。對於高斯分佈，68%的測量結果將落於 $\mu \pm \sigma$ 和 $\mu - \sigma$ 之間。換言之，大約 $1/3$ 之測量結果將落於 $\mu \pm 2\sigma$ 的範圍外。

我們也可證明，對於一個波松分佈，單一一次觀測結果的最佳表示法為

$$x_i \pm \sigma_i \quad \text{其中 } \sigma_i = x_i^{1/2} \quad (5.3)$$

對於一系列 N 次觀測結果，則表示為

$$\bar{a} \pm \sigma_{\bar{a}} \quad \text{其中 } \sigma_{\bar{a}} = \sigma/N^{1/2} \quad (5.4)$$

$$\text{或 } \sigma_{\bar{a}} = (\bar{a}/N)^{1/2} \quad (5.5)$$

我們若重複一系列 N 次觀測，一般來說，會得到一個不同的平均值，但此新平均值會落在 $\bar{a} \pm \sigma_{\bar{a}}$ 之間的機率是 68%。對於另一個單一一次觀測則是觀察值會落於 $\bar{a} \pm \sigma$ 間的機率為 68%，在此

$$\sigma = \sigma_{\bar{a}} N^{1/2} \quad (5.6)$$

III 、卡方測試(Chi-Square Test)

核衰變的波松分佈性質可用來測試核輻射計數系統是否操作正常。卡方(χ^2)測試是用來測試一組數據之隨機性(randomness)的一種標準統計步驟。 χ^2 的值定義如下：

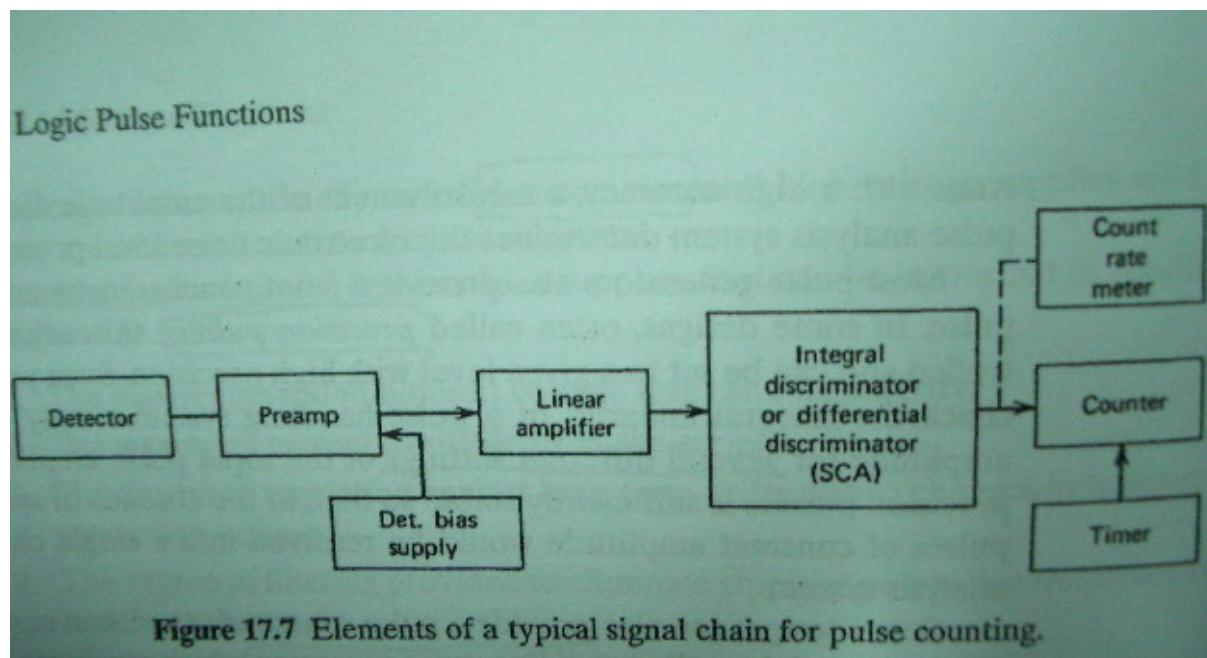
$$\chi^2 = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{a})^2 \quad (5.7)$$

對於一個波松分佈， χ^2 等於一組測量數據的樣本變量對具有相同平均值之波松分佈變量的比值乘上 $N-1$ 。換言之，偏離 $N-1$ 的程度是測量數據偏離波松分佈的一個對應量測尺度。通常我們將 χ^2 的值依自由度($N-1$)及參數 P 製表或繪圖，其中參數 P 定義為如果重複 χ^2 測量，第二個 χ^2 值會大於第一個值的機率。 χ^2 之繪圖請參考 Knoll “Radiation Detection and Measurement”教科書第 84 頁。

對於一個正常工作的偵檢器系統，P值預期落於0.1至0.9之間，因若為理想的波松分佈，P值應該是0.5。若 $P > 0.98$ ，表示這組數據的振盪不正常地小； $P < 0.02$ ，則表示這組數據的振盪不正常地大。一個偵檢器系統在用來計數前應先執行卡方測試。有時候，應該重複執行卡方測試以確定在實驗過程中，設備是否有漂移掉或發生故障。

三、儀器設備

本實驗所用計數系統如圖5.4所示。



GM管的輸出訊號通常已經很大，因此並不需要前置放大器及放大器。本計數系統中使用的前置放大器和放大器只是將GM管的輸出脈波極性，轉變成正以便計數器計數。有些計數器有負脈波輸入端，則前置放大器和放大器可以省略。GM轉接器的功能為將高壓傳送至GM管，同時提供阻抗匹配。

本實驗所用射源有⁹⁰Sr貝他射源。由於原子能委員會規定，在校學生使用輻射源需經三小時之輻射安全講習，雖然本輻射源之強度低於豁免管制量，但是未受講習訓練之學生仍不宜使用輻射源，請助教操作輻射源置入鉛屏蔽之中，學生於鉛屏蔽後參觀。助教以調測器測量屏蔽外之輻射強度。25 Sv/h為工作人員標準，一般民眾以1 Sv/h為標準。未參加三小時之輻射安全講習之同學視同一般民眾，等助教劃定管制空間區域後，學生在管制空間區域及鉛屏蔽之外，僅能操作計時與計數器。

四、實驗步驟

1. 按照圖5.4，將計數系統設立起來。若脈衝信號太高時，不用前置放大器。
2. 確定高壓設定為零伏同時是正(POS)輸出。將轉接器之GM OUT接至示波器。
3. 請助教由鉛罐中取出⁹⁰Sr貝他射源插入GM管支架槽第二格，使射源正面對向GM管端窗。請助教堆好鉛屏蔽，以調測器測量屏蔽外之輻射強度。劃定管制空間區域後，學生在管制空間區域及鉛屏蔽之外，僅能操作計時與計數器。
4. 請助教打開高壓以及NIM電源箱之電源，你應該可以看到脈波波幅，確定脈波確實來自射源而非雜波(移開射源脈波應消失)。
5. GM管的操作電壓大約在GM高原的中心，即 $(V_2+V_3)/2$ (參看圖5.3)。將高壓設在此值。
6. 在操作電壓下從事30個一分鐘的計數，並記錄之。
7. 請助教將輻射源收回鉛罐中收回儲藏室，在無射源之情況下計數5分鐘，做為背景計數。
8. 將高壓降至零，關閉電源。

五、問題

1. 利用步驟7.所測得數據，計算平均、標準離差、以及平均之標準離差。利用(5.5)式和(5.6)式計算所得平均之標準離差有無不同？用那一個公式較適當？
2. 步驟7.各讀數有多少百分比落在 $\bar{a} \pm \sigma$ 範圍之外？此百分比是否與本實驗統計說明中所述相一致？
3. 將步驟7.所測得30個數據分做三組，每組10個。計算每組數據的 χ^2 值，利用 χ^2 分佈圖定出各組的P值。根據卡方測試，你的偵測系統是否操作正常？(參照附圖一)
4. 假設射源計數率為100 counts/min，則射源計數率之標準差為若干？若計數時間分別為0.1 min, 1 min, 10 min，則射源計數率之標準差為若干？假設背景計數為零。
5. 請問背景之計數來源為何？

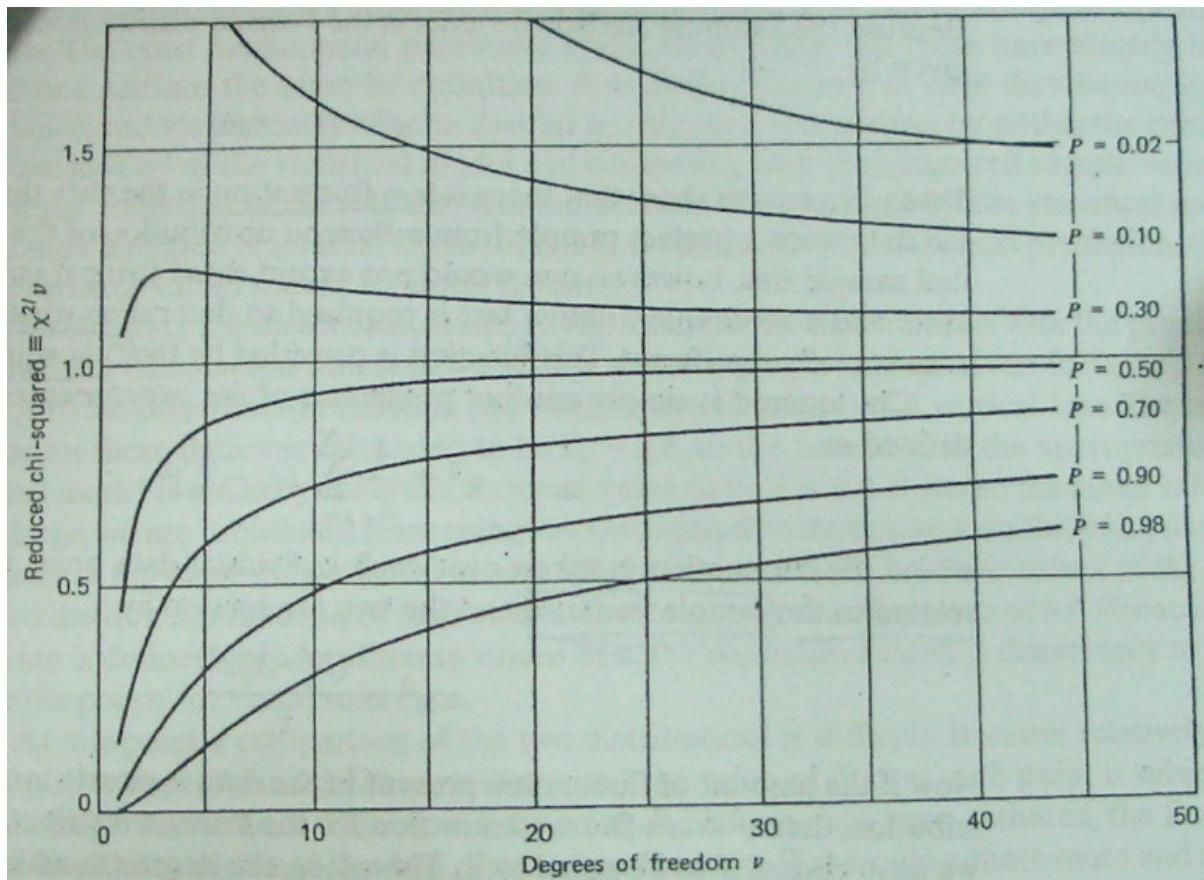


Figure 3.11 A plot of the chi-squared distribution. For each curve, p gives the probability that a random sample of N numbers from a true Poisson distribution would have a larger value χ^2/ν than that of the ordinate. For data for which the experimental mean is used to calculate χ^2 , the number of degrees of freedom $\nu = N - 1$.

附圖一