

# 計量財務金融 金融科技

國立清華大學 計量財務金融學系/數學系  
韓傳祥 著



# CHAPTER 1 金融衍生品市場

# Outline

- 何謂計量財務金融
- 金融衍生品市場
- 遠期、期貨與交換
- 選擇權 ( Option )

# 計量財務金融 (Quantitative Finance) 簡介

# 何謂計量財務金融？

- 國際計量財務金融協會

- ( International Association for quantitative finance - IAQF)

- 旨在提供平台，藉由討論前沿和關鍵的議題，致力於培養計量財務金融專業。IAQF 由來自銀行，券商，對沖基金，退休基金，資產管理公司，科技公司，監管，會計，諮詢和律師事務所，和世界各地的學者和實務者等組成，是一個不以營利為目的的專業協會。

# IAQF 的定義

- IAQF 的前身為設立於 1992 年的國際金融工程師協會（ International Association of Financial Engineer - IAFE ）。
- IAQF 雖未對計量財務金融提出定義，卻對「金融工程」（ financial engineering ）的定義、範疇、出路、應用、以及前景等做了詳盡的說明

# What is Financial Engineering

---

- Financial engineering is the application of mathematical methods to the solution of problems in finance.
- It is also known as financial mathematics, mathematical finance, and computational finance.
- Financial engineering draws on tools from applied mathematics, computer science, statistics, and economic theory.
- Quantitative analysis has brought innovation, efficiency and rigor to financial markets and to the investment process.
- As the pace of financial innovation accelerates, the need for highly qualified people with specific training in financial engineering continues to grow in all market environments.

## In fact...

- 金融工程，金融數學，數理金融，計算金融甚至計量財務金融等，在目前都可以視為是等義的專業領域
- 全球在計量財務金融專業領域

# 計量財務金融人才 QFFERS 專業能力

- 新金融商品的開發與評價
- 投資組合的建置
- 風險管理
- 情境模擬、壓力測試、回溯測試
- 量化交易
- 資料庫使用
- 程式能力、數據分析
- 金融科技

# 工作單位

- 至少包括了
  - 投資銀行 (investment bank) 、
  - 商業銀行 (commercial bank) 、
  - 證券公司 (security firm) 、
  - 對沖基金 (hedge fund) 、
  - 保險公司 (insurance company) 、
  - 金融諮詢 (financial consultant) 、
  - 企業財務 (corporate treasury) 、
  - 以及監管單位 (regulatory agency) 等

# 數理金融之父

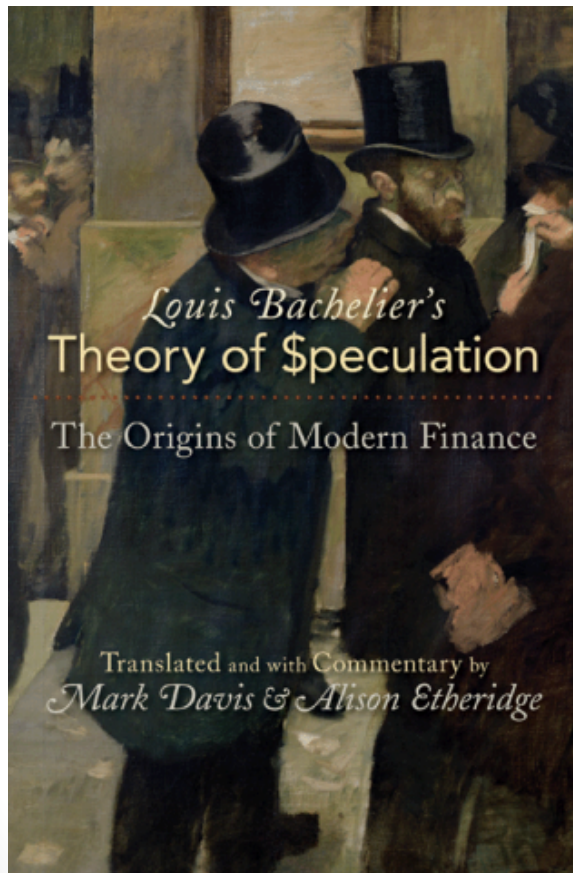
- 法國數學家 [Louis Bachelier](#) (1870-1946) 在1900年所發表的博士論文，標題為 *Theory of Speculation*，（譯：投機理論）記錄了他觀察到在巴黎股市交易所中，股價的改變呈現出一些不規則的現象，這種現象與自然界中所觀察到的「**布朗運動**」(Brownian motion) 類似。



# Louis Bachelier's Theory of Speculation

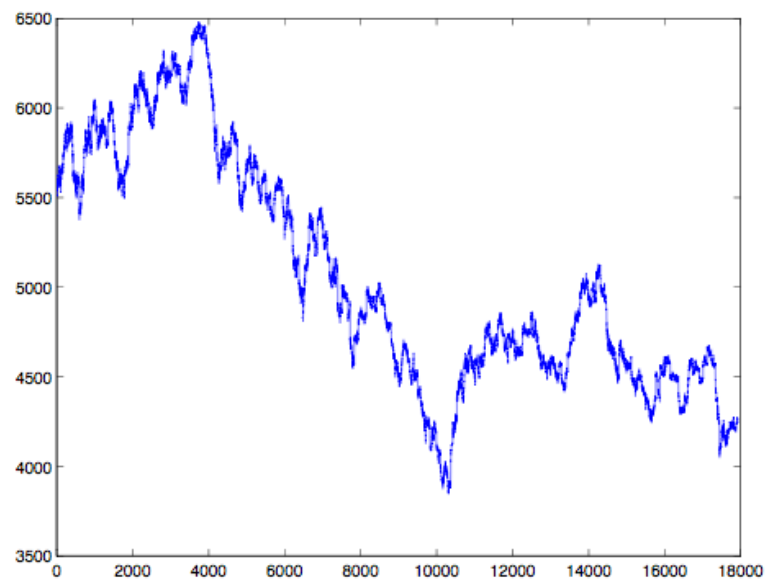
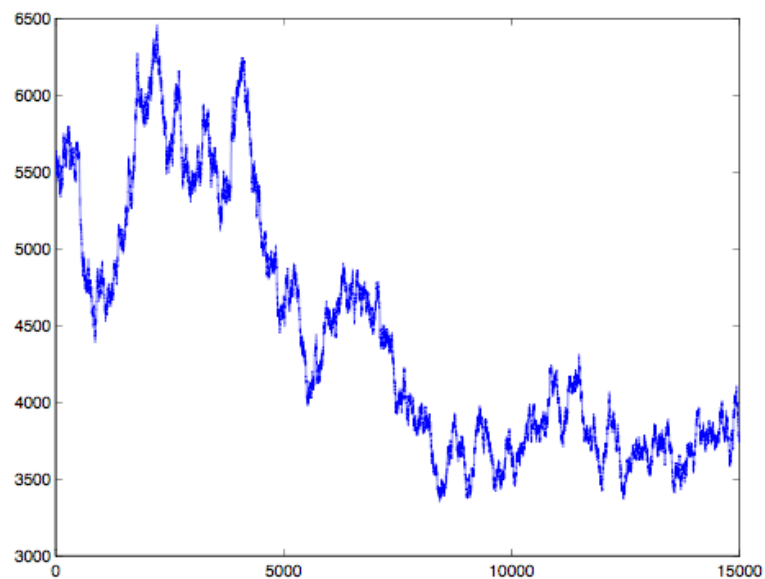
## The Origins of Modern Finance.

Princeton Univ. Press



- 關於 Bachelier 的博士論文原文，其英文翻譯，以及對後來的影響等，請進一步參閱由 Davis and Etheridge (2006) 所合著之 “Louis Bachelier's Theory of Speculation”。請注意該書之副標題 “The Origins of Modern Finance”，標示出 Bachelier 的博士論文對現代金融確實有許多原創性的啟發。其中最重要的是影響了，F. Black 與 M. Scholes 在1973年發表了著名的 Black-Scholes 選擇權訂價公式。

# 資產價格的動態行為： 真實 vs 模擬



# 金融工程的典範- CBOE

- 芝加哥選擇權交易所  
( Chicago Board of Option Exchange ).
- 一體兩面：交易與風險管理
- 全球金融創新與教育的領航者

# 金融工程的歷史

## Nobel Prize Winners in Economics

◆ 1990 – H. Markowitz, W. Sharpe, and M. Miller

In 1952, Markowitz proposed a mean-variance analysis to study Portfolio Selection.

◆ 1997 – M. Scholes and R. Merton

In 1973, Black and Scholes solved the option pricing problem.

# 為何金融市場如此龐大？

In the end, a theory is accepted not because it is confirmed by conventional empirical tests, but because researchers persuade one another that the theory is correct and relevant.

~ Fischer Black (1986).

# 金融衍生品市場 (Financial Derivative Markets) 簡介

# 金融對經濟的影響

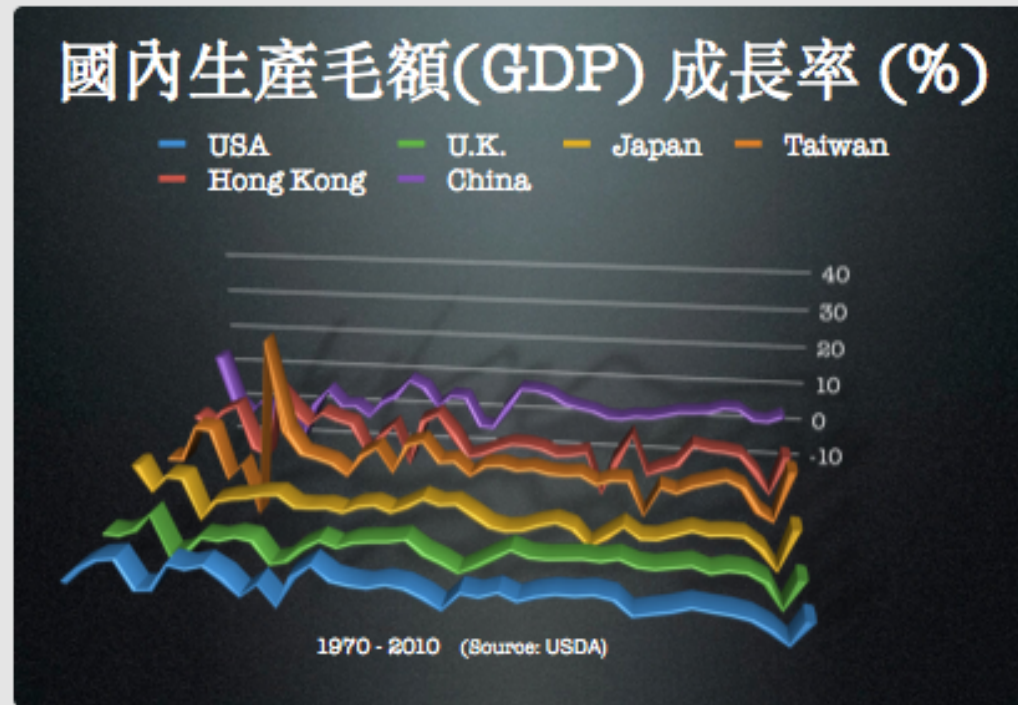


圖 2:1 經濟總覽

兩次的經濟衰退—1973 年的石油危機與 2008 年的金融海嘯

# 2008年金融海嘯

- 金融危機肇因於信用衍生性市場(credit derivative market)的崩壞。
- 實體資產的風險，透過金融商品，特別是衍生性商品，被不同目的的投資人彼此交易。
- 金融市場上的價格如果無法立即、充分地反應實體資產風險，那麼某些投資人在交易時將蒙受極大的損失，在極端情形下則引發金融危機。

# 金融衍生品(Financial derivatives; contingent claim)

- 金融衍生品是一類金融契約，它的價格倚賴於某些標的變數(underlying variable)。
- 等義的說，金融衍生品是由某些標的變數所衍生出來的金融商品。
- 變數通常是風險性標的資產(risky underlying asset)價格，例如股票、大盤指數、利率、匯率，但也可以是氣溫、降雨量、電影票房、波動率等變數。

# 交易所與店頭市場

- **交易所(exchange)**會對標的商品的質量與數量進行標準化，並規範投資人在集中市場的交易行為，以在增加流動性的同時可降低交易雙方的信用風險。在電子交易頻繁的現代，吸引了全球的投資人可以安全、有效率的參與市場，以交換風險。
- 所有發生在交易所以外的衍生品交易都歸入為**店頭 OTC 市場(Over The Counter - OTC market)**。相對於交易所嚴格規範的商品契約，OTC 市場提供了更大彈性的交易空間。事實上，金融衍生品交易的最大市場是店頭 OTC 市場。金融機構、基金經理人、或是企業的財務人員通常會針對一些特殊的風險，如利率、外匯、信用等標的資產，或者是一些特殊報酬形式的選擇權等，彼此間進行一對一的協商交易。

# 交易五大市場

- 匯率(Foreign Exchange - FX)
- 利率(Interest Rate)
- 信用(Credit)
- 權益(Equity)
- 原物料(Commodity)

# 現代金融衍生品市場： 1+1/4 個世紀的發展歷程

Dollar amount in 2015 is nearly \$0.6 trillion.



1848: 芝加哥交易所 (CBT)

1973: 芝加哥選擇權交易所 (CBOE)

圖 2:2 美國芝加哥選擇權交易所 (CBOE) 歷年的交易量

# 台灣的新金融市場



# 市場一定成功？

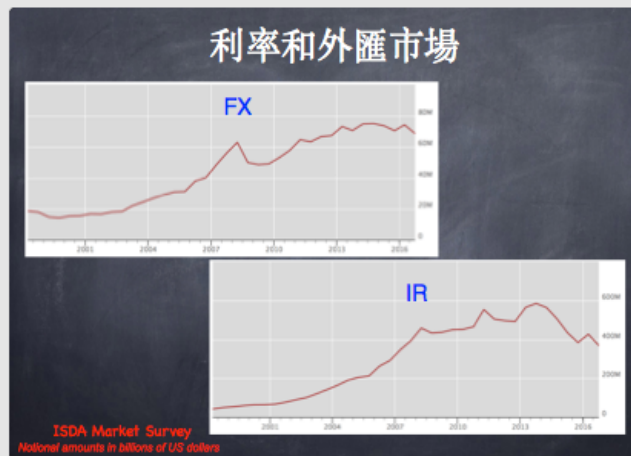


圖 2:4 利率選擇權市場歷年交易資料



圖 2:5 CDO 市場歷年交易資料



圖 2:6 CDS 市場歷年交易資料

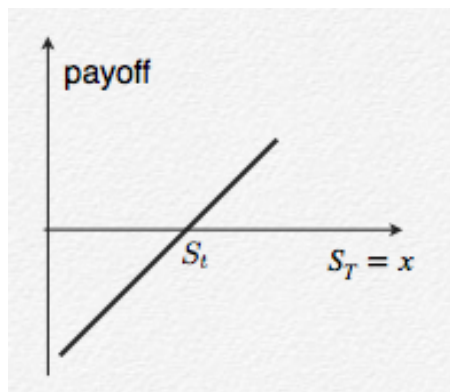
# 金融衍生商品 (Financial Derivative Products) 簡介

# 何謂金融衍生品？

- 定義：由某些標的資產（變數）所衍生出來的金融契約。  
（註：可用收益形式或報酬（函數）了解這些商品。）
- 這些資產具風險性，例如股價、大盤指數、利率、匯率，但也可能是氣溫、降雨量、電影票房、波動率等變數。

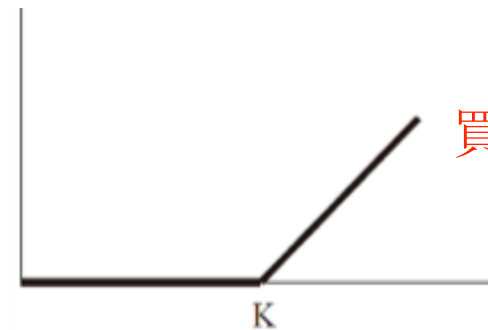
# 用函數瞭解金融商品--報酬函數

股票市場

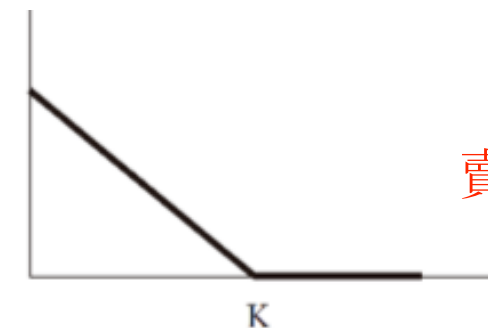


股票

衍生品市場



買權(Call Option)



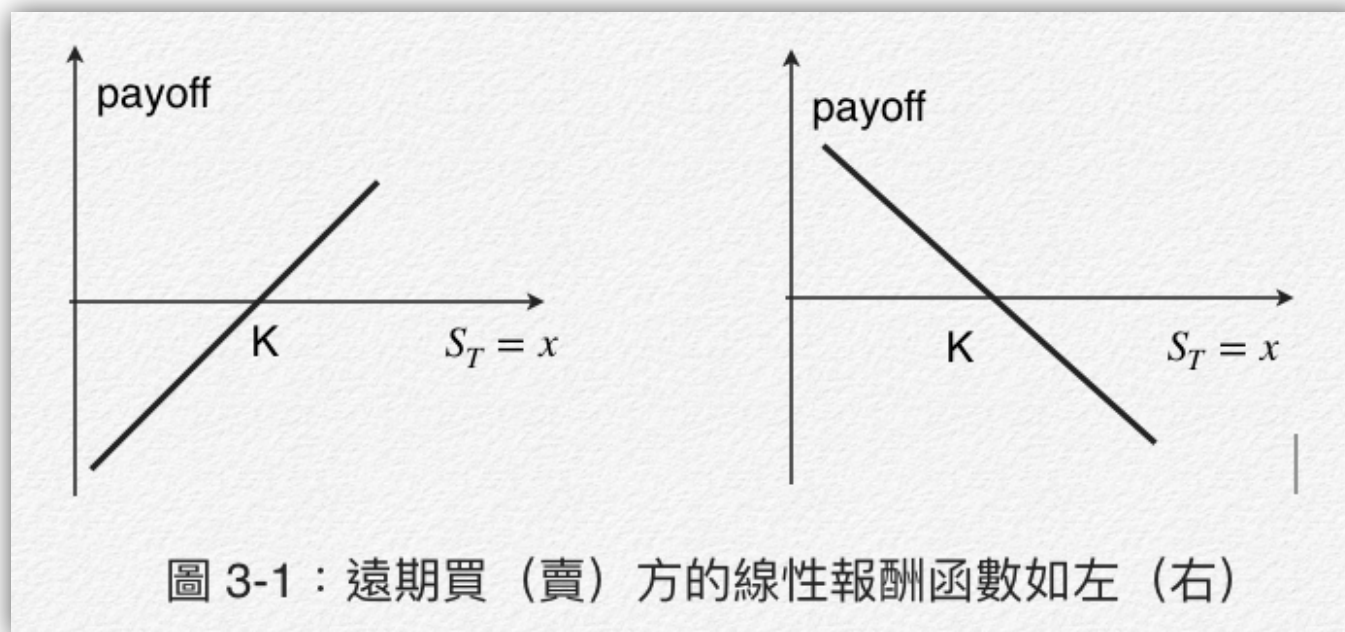
賣權(Put Option)

# 衍生品的分類

- ◆ 線性：遠期、期貨、交換
- ◆ 非線性：選擇權

# 遠期(Forward)契約--(1/2)

- 遠期契約 (forward contract) 規範了交易雙方，在事前不須支付交易費用的情形下，可以用一個先約定的價格  $K$ ，在未來某一個時間點  $T$ ，來買或賣某個標的資產 (underlying asset)，記做  $S$ 。



## 遠期(Forward)契約--(2/2)

- T-遠期價格 (T-forward price) ，記做  $For(t,T)$  ，定義為某一個履約價  $K$  ，它使得該遠期契約在起始時間  $t$  的價值為 0 。
- 假設交易的雙方不存在違約風險(或稱為信用風險 ( credit risk ) ) ，因此遠期通常在 OTC 店頭市場中存在，由彼此認識的交易雙方，或藉由金融機構作為中介達成交易的協議。

# 無套利評價法

## (No-Arbitrage Evaluation )

- 無套利評價方法假設金融市場是**有效率的**，並不存在「套利」(arbitrage)或稱作「免費午餐」(free lunch)的機會。
- 不允許任一交易策略，在期初成本為0的情況下，其投資組合在往後任何時間的總價值，會是一個正數。
- 通常也假設無摩擦(frictionless)的市場條件：資產不支付股利(dividend)，無交易手續費(transaction fee)，無交易稅賦(tax)，可放空交易(short selling)，可連續交易，可買或賣任何單位的標的資產等，除非另外說明。放空交易指投資人可以用預借的方式賣出資產，以後再買進還回。

# 遠期契約評價公式

在此基礎上，假設  $S_t$  表示在  $t$  時的標的資產（如股票、黃金、利率、匯率等）價格，遠期契約的到期日為  $T$ ，以連續複利計算的無風險年利率為  $r$ （存放款利率假設相同），則該遠期契約的價值為

$$For_S(t, T) = S_t e^{r(T-t)}。$$

在往後 Black-Scholes 訂價理論中，我們會學習使用另一種較廣義的「風險中立評價法」(risk-neutral evaluation)來推論出遠期契約的價值；以及由價值函數(value function)所滿足的偏微分方程式(partial differential equation)求解，也可推得遠期價值的公式。

# 期貨--線性衍生品

- 期貨是一紙契約預先規範了交易雙方，在事前支付保證金的情形下，可以用一個先約定的價格，在未來某一個時間點（稱作到期日），來買進或賣出某個標的資產。
- 可視為常數與變數間的交換，是一種**線性契約**。



老祖宗就已經使用！

# 期貨契約的內容

1. 標的物
2. 數量：以「口」(contract) 作為基本的交易單位。
3. 交割月份
4. 交割方式

# 期貨市場的功能

- **避險(Hedging)**的功能：提供標的物商品的持有者，可以轉嫁因價格變動而產生的風險，這是期貨契約形成的原始動機。
- **投機(Speculation)**的功能：提供承擔市場風險的能力，和交易對手互換風險，可活絡市場。
- **價格發現(Price Discovery)**：由於期貨價格、交易量等市場訊息，及時地被揭露出來，投資人可由此判斷，隱含於價格的未來風險資訊內涵。

# 交換(SWAP)

- 交換契約是衍生性金融商品的一種，交易雙方約定在未來某幾個時間點上，彼此互換某些標的資產，也可以用現金結算的方式進行交割。
- 交換契約可以想成數個遠期契約的組合，其共同的標的資產可以是貨幣（匯率）、利率、商品、以及權益等商品。
- 最大的交換契約市場當屬利率交換(Interest Rate Swap, IRS)，根據國際清算銀行(Bank of International Settlement, BIS)截至 2013 年中的統計，IRS 的名目金額達到 426 兆美元之譜。

# 利率交換(Interest Rate Swap)

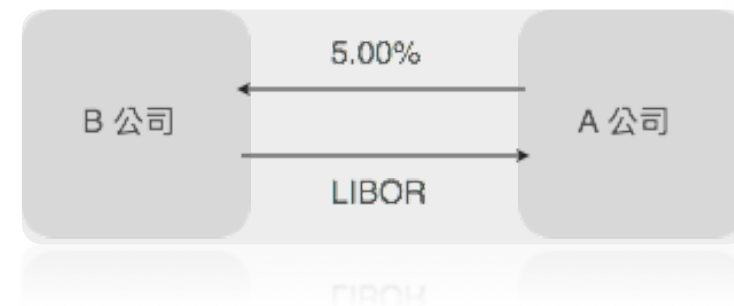
- 定義為買賣雙方在一約定的期限內，彼此交換所得到的收款利息（資產）或是貸款利息（負債）。
- 可利用交換合約轉換資產
- 可利用交換合約轉換負債
- 利率交換不僅是投資避險的工具，也是市場衡量違約風險的指標，其固定利率與相同期限之政府公債殖利率的利差(Swap Spread)，在市場上被用來衡量信用風險溢酬(Credit Spread)，以估計標的資產的違約機率。

# 範例--交換合約轉換資產

譬如 A、B 雙方簽訂一個 3 年期交換契約，每半年支付一次。A 方同意以每年 5% 的固定利率，支付利息給 B 方；且 B 方同意以六個月期 LIBOR 浮動利率，支付相同名目本金的利息給 A 方。

註1、LIBOR 是倫敦同業拆款利率  
(London Interbank Offered Rate)

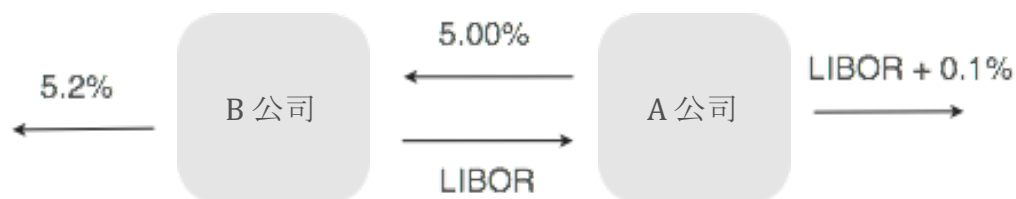
註2、1個基本點 (basis point; bp)為 1%  
的百分之一



# 3年期交換合約現金流

| 日期       | 6個月期<br>LIBOR利率(%) | 浮動現金流量<br>之收受(百萬) | 固定現金流量<br>之支出(百萬) | 淨現金流量<br>(百萬) |
|----------|--------------------|-------------------|-------------------|---------------|
| 2007/3/5 | 4.2                |                   |                   |               |
| 2007/9/5 | 4.8                | +2.10             | -2.50             | -0.4          |
| 2008/3/5 | 5.3                | +2.40             | -2.50             | -0.1          |
| 2008/9/5 | 5.5                | +2.65             | -2.50             | +0.15         |
| 2009/3/5 | 5.6                | +2.75             | -2.50             | +0.25         |
| 2009/9/5 | 5.9                | +2.80             | -2.50             | +0.30         |
| 2010/3/5 |                    | +2.95             | -2.50             | +0.45         |

# 利用交換合約轉換負債



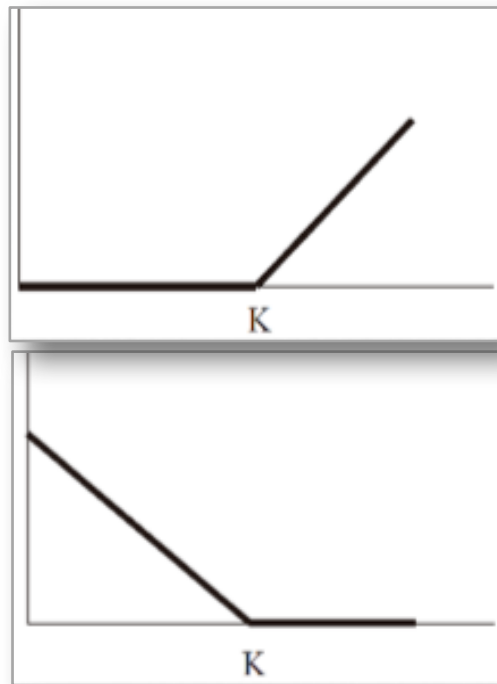
- 假設 A 公司有一筆 1 億美元貸款，利率為 LIBOR+0.1%
- 在 A 公司於取得交換合約後，將產生現金流量如下：
  1. 公司支付 LIBOR+0.1% 予其債權人
  2. 公司依照合約條件收取 LIBOR
  3. 公司按照合約條件支付 5%
- 上述現金流量之淨結果為 5.1% 之利率支出。

- 假設 B 公司有一筆 3 年期，本金為 1 億美元之貸款，利率為 5.2%
- 在 B 公司於取得交換合約後，將產生現金流量如下：
  1. 公司支付 5.2% 予其債權人
  2. 公司依照合約條件支付 LIBOR
  3. 公司按照合約條件收取 5%
- 上述現金流量之淨結果為 LIBOR+0.2% 之利率支出。

# 選擇權--非線性衍生品

- 選擇權是一紙契約預先規範了受益的形式，使得契約持有人**有權利，但非義務**，在某日得以履行約定並支取所實現的報酬。
- （歐式）**買權** (European call option) 契約規範了買方有權利，但非義務，可以在某固定的到期日 (maturity, expiration date)，以一個預先決定好了的履約價格，來**買進**標的資產。
- （歐式）**賣權** (European put option) 契約規範了買方有權利，但非義務，可以在某固定的到期日 (maturity, expiration date)，以一個預先決定好了的履約價格，來**賣出**標的資產。

# 歐式買/賣權報酬函數



買權(Call Option)

賣權(Put Option)

- 性質上，歐式選擇權是「路徑獨立」(path independent) 的選擇權

# 「路徑相依」 (path-dependent) 選擇權

- 若是契約報酬與到期日前的資產價格有關，則稱為「路徑相依」 (path-dependent) 的選擇權，例如美式選擇權 (American option)，亞式選擇權 (Asian option)，以及許多其它被統稱為新奇選擇權 (exotic option) 的契約，如障礙選擇權 ( barrier option ) 等。
- 選擇權契約的價格也稱做權利金或貼水 (premium)。本書第五章會有深入的介紹。這些金融契約除了內容的形式非常具有彈性之外，「客製化」 ( tailor made ) 的金融商品設計，使得金融機構可以提供多樣性的服務，讓消費者的金融風險，例如高科技或石化產業的匯率風險，得以轉嫁出去。

# 兩個問題：訂價與避險

- 選擇權契約的買方應該支付多少錢，這屬於「訂價」問題 (pricing problem)。
- 選擇權契約的賣方在取得了權利金之後，要如何支付未來可能的報酬呢？這屬於「避險」問題(hedging problem)。
- 上述兩個問題的解答都會涉及先前討論之「套利」(arbitrage) 的觀念。

# 買賣權價平 (Put-Call Parity)

以  $S_t$ ， $C_t$  與  $P_t$  分別表示在  $t$  時的現貨（如股價），其歐式買權與賣權的價格。在此假設它們的到期日  $T$  與履約價  $K$  均為相同，並且資產  $S$  不支付股利，無風險利率為  $r$ 。買賣權的價平關係如下

$$C_t - P_t = S_t - Ke^{-r(T-t)}。$$

這個關係的證明可以利用「無套利評價法」推論出來

# 補充資料：一紙複雜的合約

- 範例介紹 - 外匯結構型商品
- TRF (Target Redemption Forward)

## 第一節 USD/JPY 看漲目標贖回型

A 方：

B 方：

交易日：2013 年 8 月 28 日

預付金：10000 美元，A 方將在 2013 年 8 月 30 日支付 B 方預付金

即期匯率參考價：97.003

每個月的美元名目本金：100,000 美元

全部的美元名目本金：1,200,000 美元

USD/JPY 的賣方：A 方

USD/JPY 的買方：B 方

交割日：每個比價日之後的兩個商業日

槓桿比率：2.00 倍

執行價區間：97.60

觸及生效匯率：89.00

內在價值目標獲利：1 美元對應 4 日圓乘以每月的主目本金

每個月的內在價值(MIV)：在每個比價日期，

$$MIV = Max(USD/JPY \text{ 的比價區間} - \text{執行價區間}, 0)$$

累計的內在價值(CIV)：在第 j 個月份的比價日[CIV<sub>j</sub>]的定義為從第一個月份的比價日起的每個月內在價值的累計至第 j 個月份，

$$CIV_j = \sum_{i=1 \text{ to } j} (\text{每個月的內在價值})$$

USD/JPY 的比價匯率：在比價日當天的東京時間 15:00，以路透社買賣報價的中間匯率當作比價匯率(如果無法得到路透社的報價，則由評價代理人單方以可靠的推測以及合理的商業慣例的方式來決定比價匯率)

比價時程表：

| 到期日              | 交割日              |
|------------------|------------------|
| 2013 年 9 月 26 日  | 2013 年 9 月 30 日  |
| 2013 年 10 月 28 日 | 2013 年 10 月 30 日 |
| 2013 年 11 月 27 日 | 2013 年 12 月 2 日  |
| 2013 年 12 月 26 日 | 2013 年 12 月 30 日 |
| 2014 年 1 月 27 日  | 2014 年 1 月 29 日  |
| 2014 年 2 月 25 日  | 2014 年 2 月 27 日  |
| 2014 年 3 月 27 日  | 2014 年 3 月 31 日  |
| 2014 年 4 月 25 日  | 2014 年 4 月 30 日  |
| 2014 年 5 月 28 日  | 2014 年 5 月 30 日  |
| 2014 年 6 月 26 日  | 2014 年 6 月 30 日  |
| 2014 年 7 月 28 日  | 2014 年 7 月 30 日  |
| 2014 年 8 月 27 日  | 2014 年 8 月 29 日  |

觸及失效事件：

當累計的內在價值大於或等於內在價值目標獲利，則觸及失效事件發生。如果觸及失效事件沒有發生，則在每個比價日根據下列情況進行結算：

1. 如果每個月的比價匯率大於或等於執行價匯率，B 方在比價日之後的兩個商業日，收到等同於

$$(\text{每個月的美元名目本金}) \times (\text{USDJPY 比價匯率} - \text{執行價匯率}) \div \text{USDJPY 的美元金額}$$

2. 如果每個月的比價匯率小於履約價且大於或等於觸及生效價，不進行結算

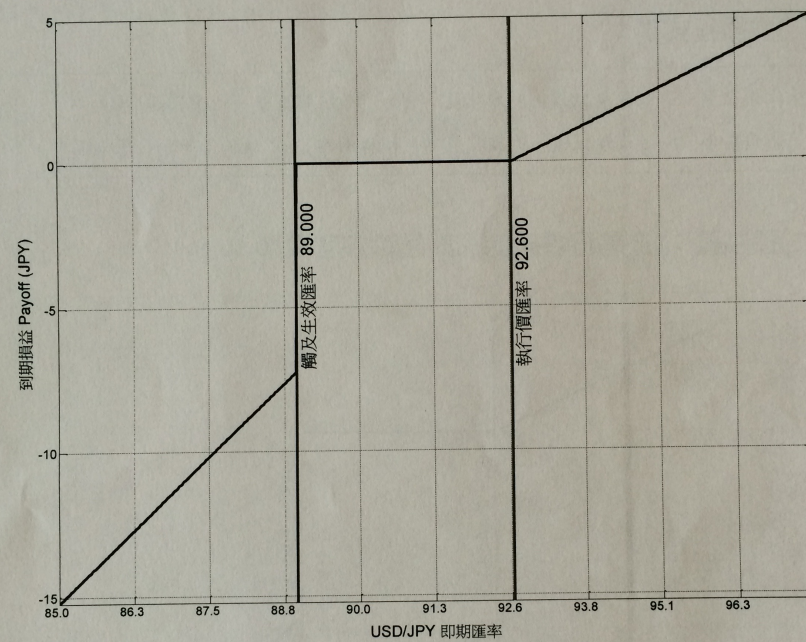
3. 如果每個月的比價匯率小於觸及生效價，B 方在比價日之後的兩個商業日，支付等同於

$$(\text{每個月的美元名目本金}) \times (\text{槓桿比率}) \times (\text{執行價匯率} - \text{USDJPY 比價匯率}) \div \text{USDJPY 的美元金額}$$

如果發生觸及失效事件，則剩餘的結構型合約觸及失效。雙方對剩餘合約不再有結算交割的義務。對此最後的結算，B 方在比價日之後的兩個商業日，收到等同於

$$(\text{每個月的美元名目本金}) \times (\text{USDJPY 比價匯率} - \text{執行價匯率}) \div \text{USDJPY 的美元金額}$$

(二)損益圖：(交易日當天的即期匯率參考價 97.003)



(三)說明：

看漲型的到期損益被執行價匯率與觸及生效匯率分成三個區間：

- 1.虧損區間，當比價匯率 < 觸及生效匯率
- 2.無損益區間，當觸及生效匯率 < 比價匯率 ≤ 執行價匯率，不結算，損益為零
- 3.獲利區間，當比價匯率 > 執行價匯率

(二)損益圖：(交易日當天的即期匯率參考價 1.3380)

